

Probabilité (Niveau 1) - A rendre pour le 15 Mai**Déterminer la loi d'une variable aléatoire discrète.**

On dispose d'une urne contenant initialement 1 boule blanche et 1 boule rouge. On effectue une succession de tirages d'une boule dans cette urne, en ajoutant après chaque tirage une boule supplémentaire de la couleur tirée. On note B_i : "Le i -ième tirage amène une boule blanche", R_i : "Le i -ième tirage amène une boule rouge" et X la variable aléatoire donnant le numéro du tirage amenant la première boule rouge. Déterminer la loi de X .

Calculer si elle existe, l'espérance d'une variable aléatoire discrète.

On considère une variable aléatoire X dont la loi est donnée par :

$$\forall k \in \mathbb{N}^*, \quad P(X = k) = \frac{k-1}{k!}$$

La variable aléatoire X admet-elle une espérance? Si oui en préciser la valeur.

Calculer si elle existe, la variance d'une variable aléatoire discrète.

On considère une variable aléatoire X dont la loi est donnée par :

$$\forall k \in \mathbb{N}^*, \quad P(X = k) = \frac{k-1}{k!}$$

D'après l'exercice précédent $E(X) = e$. La variable aléatoire X admet-elle une variance. Si oui, en préciser la valeur.

Reconnaitre une loi usuelle

On prélève 10 boules avec remise dans une urne contenant 9 boules blanches et 1 boule noire indiscernables au toucher. On note X la variable aléatoire donnant le nombre de tirages ayant amené la boule noire.

1. Reconnaitre la loi de X , puis donner $X(\Omega)$ et expliciter $P(X = k)$ pour tout $k \in X(\Omega)$.
2. Donner sans calcul l'espérance et la variance de X .
3. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins deux fois la boule noire lors des 10 tirages?

Utiliser la formule des probabilités totales.

On dispose de n urnes ($n \geq 2$) notée $\mathcal{U}_1, \mathcal{U}_2, \dots, \mathcal{U}_n$. Pour $k \in \llbracket 1, n \rrbracket$, l'urne \mathcal{U}_k contient k boules rouges et $n+1-k$ boules noires. On choisit une urne au hasard puis on y pioche une boule.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule rouge?
2. On constate que la boule tirée est rouge. Quelle est la probabilité qu'elle provienne de l'urne \mathcal{U}_k ?